



# Vorkurs Mathematik für Ingenieure

für  
**dummies**<sup>®</sup>



Das Wichtigste  
zu Zahlen und Rechen-  
operationen erfahren

Mit Gleichungen, Vektoren und  
Matrizen umgehen

Differential- und  
Integralrechnung  
verstehen

**Thoralf Räsch**

[Abbildung 9.6: Zwei Funktionen im Vergleich](#)

[Abbildung 9.7: Die Graphen von  \$f\(x\) = 2^x\$  und  \$g\(x\) = 10^x\$](#)

[Abbildung 9.8: Die Graphen für  \$f\(x\) = 2^x\$  und  \$g\(x\) = \log\_2\(x\)\$](#)

[Abbildung 9.9: Die Graphen von  \$f\(x\) = x^2\$  und  \$f^{-1}\(x\) = \sqrt{x}\$  \(für  \$x \geq 0\$ \)](#)

[Abbildung 9.10: Das rechtwinklige Dreieck in Zusammenhang mit den trigonometrischen Funktionen](#)

[Abbildung 9.11: Die Graphen der Funktionen Sinus, Kosinus und Tangens](#)

## Kapitel 10

[Abbildung 10.1: Die Graphen von  \$f\(x\)\$ ,  \$g\(x\)\$  und  \$h\(x\)\$](#)

[Abbildung 10.2: Die Funktion  \$p\(x\)\$  – eine Darstellung einseitiger Grenzwerte](#)

[Abbildung 10.3: Eine typische rationale Funktion](#)

[Abbildung 10.4: Die Graphen für  \$f\(x\)\$ ,  \$g\(x\)\$ ,  \$p\(x\)\$  und  \$q\(x\)\$](#)

[Abbildung 10.5: Die Graphen von  \$r\(x\)\$  und  \$s\(x\)\$](#)

[Abbildung 10.6a: Die Sandwich-Methode für die Bestimmung eines Grenzwerts der Funktion  \$g\$](#)

[Abbildung 10.6b: Der Graph von  \$f\(x\) = |x|\$ ,  \$h\(x\) = -|x|\$  und  \$g\(x\) = x \sin \frac{1}{x}\$](#)

[Abbildung 10.7: Der Graph von  \$f\(x\) = \frac{1}{x}\$](#)

## Kapitel 11

[Abbildung 11.1: Eine Zahlenfolge nähert sich einem Grenzwert an](#)

[Abbildung 11.2: Zwei grundsätzliche Arten von Divergenz](#)

## Kapitel 12

[Abbildung 12.1: Zwei sich schneidende Geraden oder vier Strahlen](#)

[Abbildung 12.2: Eine zwei parallele Geraden schneidende Gerade](#)

[Abbildung 12.3: Winkelarten im Grad- und Bogenmaß](#)

[Abbildung 12.4: Das Bogenmaß eines Winkels](#)

[Abbildung 12.5: Scheitel- und Stufenwinkel an geschnittenen Geraden](#)

[Abbildung 12.6: Wechselwinkel und sich ergänzende Winkel an geschnittenen Geraden](#)

[Abbildung 12.7: Die Strecke  \$\overline{AB}\$  auf einer Geraden  \$g\$](#)

[Abbildung 12.8: Strahlensätze anschaulich verstehen](#)

[Abbildung 12.9: Bestimmung der Höhe eines Turms durch die Strahlensätze](#)

[Abbildung 12.10: Der Punkt  \$P\$  teilt die Strecke  \$\overline{AB}\$  nach dem goldenen Schnitt](#)

[Abbildung 12.11: Der goldene Schnitt am Menschen](#)

[Abbildung 12.12: Ein Dreieck in typischer Bezeichnung](#)

[Abbildung 12.13: Ein gleichschenkliges und ein gleichseitiges Dreieck](#)

[Abbildung 12.14: Das rechtwinklige Dreieck mit seinen Bezeichnungen](#)

[Abbildung 12.15: Der Satz des Thales am rechtwinkligen Dreieck](#)

[Abbildung 12.16: Die Seitenhalbierenden und der Schwerpunkt eines Dreiecks](#)

[Abbildung 12.17: Die Mittelsenkrechten und der Umkreis eines Dreiecks](#)

[Abbildung 12.18: Die Winkelhalbierenden und der Inkreis eines Dreiecks](#)

[Abbildung 12.19: Der Schnittpunkt der Höhen eines Dreiecks](#)

[Abbildung 12.20: Kongruente und nicht kongruente Dreiecke](#)

[Abbildung 12.21: Dreiecke und ihre Kongruenzsätze](#)

[Abbildung 12.22: Dreieck durch ein Vergrößerungsglas betrachtet](#)

[Abbildung 12.23: Dreiecke und ihre Ähnlichkeitssätze](#)

## Kapitel 13

[Abbildung 13.1: Ein beliebiges Viereck und seine Diagonalen](#)

[Abbildung 13.2: Trapez und Parallelogramm](#)

[Abbildung 13.3: Raute und Rechteck](#)

[Abbildung 13.4: Quadrat und Drachenviereck](#)

[Abbildung 13.5: Die verschiedenen Vierecke und ihre Spezialisierungen](#)

[Abbildung 13.6: Allgemeine und regelmäßigen-Ecke für  \$n = 3, 4, 5, 6\$](#)

[Abbildung 13.7: Kreise, Radien, Sehnen und Tangenten sowie Sehnenvierecke](#)

[Abbildung 13.8: Peripheriewinkel  \$\alpha\$ ,  \$\alpha'\$  und Zentriwinkel  \$\beta\$  über einer](#)

Sehne  $s$  am Kreis

Abbildung 13.9: Bogenmaß und Winkelfunktionen am Kreis

Abbildung 13.10: Zwei Prismen – ein gerades und schiefes

Abbildung 13.11: Prismen mit verschiedenen Grundflächen

Abbildung 13.12: Zwei Pyramiden in gerader oder schiefer Form

Abbildung 13.13: Spezielle gerade Pyramiden: Tetraeder und eine quadratische Pyramide

Abbildung 13.14: Ein Tetraeder mit seiner Grundfläche und verschiedenen Hilfsbezeichnungen

Abbildung 13.15: Ein gerader und ein schiefer Zylinder

Abbildung 13.16: Kugel und Halbkugel

Abbildung 13.17: Kugelsegment und Kugelsektor

Abbildung 13.18: Die fünf Platonischen Körper

## Kapitel 14

Abbildung 14.1: Differentiation bedeutet, die Steigung zu finden

Abbildung 14.2: Der Graph für  $y = 2x + 3$

Abbildung 14.3: Der Graph von  $y = \frac{1}{4}x^2$

Abbildung 14.4: Der Graph von  $y = x^2$  mit einer Tangente im Punkt  $(2, 4)$

Abbildung 14.5: Der Graph von  $y = x^2$  mit einer Tangente und einer Sekante

Abbildung 14.6: Der Graph von  $y = x^2$  mit einer Tangente und zwei Sekanten

Abbildung 14.7: Der Graph von  $y = x^2$  zeigt, wie ein Grenzwert die Steigung der Tangente an der Stelle  $(2, 4)$  erzeugt.

Abbildung 14.8: Der Graph von  $y = x^2$ , wobei gezeigt wird, wie ein Grenzwert die Steigung der Tangente im allgemeinen Punkt  $(x, f(x))$  erzeugt

Abbildung 14.9: Zwei Fälle, in denen es keine Ableitung gibt

Abbildung 14.10: Der Graph von  $y = e^x$

Abbildung 14.11: Die Graphen zweier zueinander inverser Funktionen

$f(x)$  und  $g(x)$

## Kapitel 15

Abbildung 15.1: Der Graph von  $f(x)$  mit mehreren interessanten Punkten

Abbildung 15.2: Der Graph von  $f(x) = 3x^5 - 20x^3$

Abbildung 15.3: Der Vorzeichengraph für  $f(x) = 3x^5 - 20x^3$

Abbildung 15.4: Der Graph von  $h(x) = \cos(2x) - 2 \sin x$

Abbildung 15.5: Zwei Funktionen ohne globale Extremwerte

Abbildung 15.6a: Ein Vorzeichengraph für die zweite Ableitung von  $f(x) = 3x^5 - 20x^3$

Abbildung 15.6b: Ein Graph von  $f(x) = 3x^5 - 20x^3$ , der die lokalen Extremwerte, die Wendepunkte und die Konvexitätsintervalle zeigt

Abbildung 15.7:  $f(x) = 3x^5 - 20x^3$  und ihre erste Ableitung  $f'(x) = 15x^4 - 60x^2$

Abbildung 15.8: Eine Darstellung des Zwischenwertsatzes

Abbildung 15.9: Die Funktion  $f(x) = e^x + x$  dargestellt im Intervall  $[-5, 5]$  und  $[-1, 1]$

Abbildung 15.10: Darstellung des Mittelwertsatzes

Abbildung 15.11: Eine Näherung einer komplizierten Funktion durch eine Gerade

Abbildung 15.12: Eine Näherung einer komplizierten Funktion durch eine Parabel

Abbildung 15.13: Die Exponentialfunktion mit ihren ersten vier Taylorpolynomen

## Kapitel 16

Abbildung 16.1: Die Integration von  $f(x)$  von  $a$  nach  $b$  bedeutet, es wird die Fläche unter der Kurve zwischen  $a$  und  $b$  berechnet.

Abbildung 16.2: Die exakte Fläche unter  $f(x) = x^2 + 1$  zwischen 0 und 3 (links) wird durch die Fläche von drei Rechtecken (rechts) angenähert.

Abbildung 16.3: Sechs »linke« Rechtecke nähern die Fläche unter  $f(x) = x^2 + 1$  an.

Abbildung 16.4: Drei rechte und drei Mittelpunktrechtecke, die verwendet werden, um die Fläche unter  $f(x) = x^2 + 1$  anzunähern

Abbildung 16.5: Sechs rechte Rechtecke nähern die Fläche unter  $f(x) = x^2 + 1$  an.

Abbildung 16.6: Die Familie der Kurven  $x^3 + c$ . Alle diese Funktionen haben die Ableitung  $3x^2$ .

Abbildung 16.7: Die Veränderung der Größe der Fläche unter  $f(x)$  zwischen  $s$  und  $x$  in Abhängigkeit der Lage des Punktes  $x$ .

Abbildung 16.8: Die Fläche unter  $f(t) = 10$  zwischen 3 und  $x$  wird durch die bewegte vertikale Gerade an der Stelle  $x$  abgedeckt.

Abbildung 16.9: Die Fläche unter  $g(t)$  zwischen 2 und  $x$  in Abhängigkeit von  $x$

Abbildung 16.10: Drei Flächenfunktionen für  $f(t) = 10$

Abbildung 16.11: Darstellung verschiedener Flächenfunktionen

## Kapitel 17

Abbildung 17.1: Die Tabelle für die partielle Integration – allgemein und am Beispiel

Abbildung 17.2a: Die ausgefüllte Tabelle für  $\int \sqrt{x} \ln(x) dx$

Abbildung 17.2b: Die Tabelle für  $\int \arctan(x) dx$

Abbildung 17.3a: Die Tabelle für  $\int x \sin(3x) dx$

Abbildung 17.3b: Die Tabellen für  $\int x^2 e^x dx$

## Kapitel 18

Abbildung 18.1a: Die Fläche zwischen  $y = 2 - x^2$  und  $y = \frac{1}{2}x$  von  $x = 0$  bis  $x = 1$

Abbildung 18.1b: Welche Funktion ist wann über der anderen?

Abbildung 18.2: Wie groß ist die schattiert dargestellte Fläche? Hinweis:

Diese ist nicht gleich dem Integral  $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \sin(x) dx$ .

Abbildung 18.3: Der Satz des Pythagoras.  $a^2 + b^2 = c^2$ , ist der Schlüssel zur Bogenlängenformel.

Abbildung 18.4: Das Weinflaschen-Problem

Abbildung 18.5: Eine Drehoberfläche – hier wie ein Trompetentrichter geformt