Sinussatz:

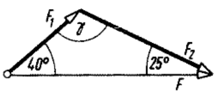
$$\frac{F_r}{\sin\beta} = \frac{F}{\sin\gamma}$$

$$F = F_r \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = 73\ \text{kN} \cdot \frac{\sin 35°}{\sin 110°} = 44{,}56\ \text{kN}$$

47.

Trigonometrische Lösung:

Krafteckskizze



$$\gamma = 180° - (40° + 25°) = 115°$$

Sinussatz:

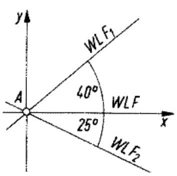
$$\frac{F}{\sin\gamma} = \frac{F_1}{\sin 25°} = \frac{F_2}{\sin 40°}$$

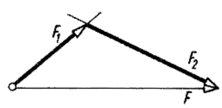
$$F_1 = F\frac{\sin 25°}{\sin\gamma} = 1{,}1\ \text{kN} \cdot \frac{\sin 25°}{\sin 115°} = 512{,}9\ \text{N}$$

$$F_2 = F\frac{\sin 40°}{\sin\gamma} = 1{,}1\ \text{kN} \cdot \frac{\sin 40°}{\sin 115°} = 780{,}2\ \text{N}$$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan Kräfteplan ($M_K = 0{,}4$ kN/cm)

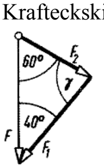




48.

Trigonometrische Lösung:

Krafteckskizze



$$\gamma = 180° - (60° + 40°) = 80°$$

Sinussatz:

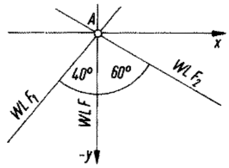
$$\frac{F}{\sin\gamma} = \frac{F_1}{\sin 60°} = \frac{F_2}{\sin 40°}$$

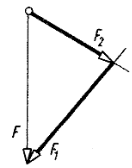
$$F_1 = F\frac{\sin 60°}{\sin 80°} = 30\ \text{kN} \cdot \frac{\sin 60°}{\sin 80°} = 26{,}38\ \text{kN}$$

$$F_2 = F\frac{\sin 40°}{\sin 80°} = 30\ \text{kN} \cdot \frac{\sin 40°}{\sin 80°} = 19{,}58\ \text{kN}$$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan Kräfteplan ($M_K = 15$ kN/cm)





Rechnerische und zeichnerische Ermittlung unbekannter Kräfte im zentralen Kräftesystem (3. und 4. Grundaufgabe)

49.

Analytische Lösung:

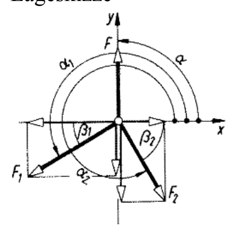
$F = 17\,\text{kN}$

$\alpha = 90°$

$\alpha_1 = 210°,\ \beta_1 = 30°$

$\alpha_2 = 300°,\ \beta_2 = 60°$

Lageskizze



Gleichgewichtsbedingungen:

I. $\Sigma F_x = 0 = F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2 + F \cos\alpha$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_1 \sin\alpha_1 + F_2 \sin\alpha_2 + F \sin\alpha$

Auswertung der Gleichgewichtsbedingungen:

zu Gleichung I.: $F\cos\alpha = 0$, weil $\cos\alpha = \cos 90° = 0$

zu Gleichung II.: $F\sin\alpha = F$, weil $\sin\alpha = \sin 90° = 1$

I. $\Sigma F_x = 0 = F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_1 \sin\alpha_1 + F_2 \sin\alpha_2 + F$

Gleichung I. nach F_1 umstellen:

$$F_1 = \frac{-F_2 \cos\alpha_2}{\cos\alpha_1}$$

und in Gleichung II. einsetzen:

$$-\frac{F_2\cos\alpha_2}{\cos\alpha_1}\sin\alpha_1 + F_2 \sin\alpha_2 = -F$$

$$F_2 \sin\alpha_2 - F_2 \cos\alpha_2 \cdot \tan\alpha_1 = -F$$

$$F_2 = \frac{-F}{\sin\alpha_2 - \cos\alpha_2 \tan\alpha_1}$$

$$F_2 = \frac{-17\,\text{kN}}{\sin 300° - \cos 300° \cdot \tan 210°}$$

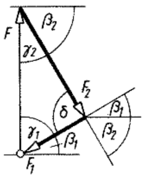
$$F_2 = 14{,}722\,\text{kN}$$

in Gleichung I. $F_2 = 14{,}722\,\text{kN}$ einsetzen:

$$\text{I. } F_1 = \frac{-14{,}722\,\text{kN} \cdot \cos 300°}{\cos 210°} = 8{,}5\,\text{kN}$$

Trigonometrische Lösung:

Krafteckskizze



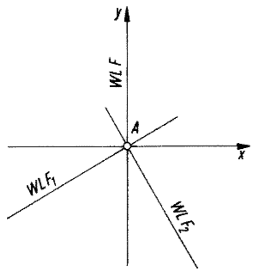
$$\left.\begin{aligned} \delta &= \beta_1 + \beta_2 = 90^\circ \\ \gamma_1 &= 90^\circ - \beta_1 = 60^\circ \\ \gamma_2 &= 90^\circ - \beta_2 = 30^\circ \end{aligned}\right\} \text{rechtwinkliges Dreieck}$$

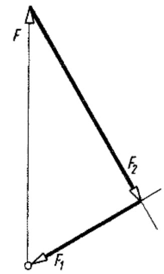
$$F_1 = F\cos\gamma_1 = 17\ \text{kN}\cdot\cos 60^\circ = 8{,}5\ \text{kN}$$

$$F_2 = F\cos\gamma_2 = 17\ \text{kN}\cdot\cos 30^\circ = 14{,}72\ \text{kN}$$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan Kräfteplan ($M_K = 5$ N/cm)

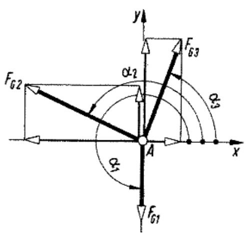




50.

Analytische Lösung:

Lageskizze



$F_1 = 30\,\text{N}$ $\alpha_1 = 270^\circ$

$\alpha_2 = 155^\circ$

$\alpha_3 = 80^\circ$

Gleichgewichtsbedingungen:

I. $\Sigma F_x = 0 = F_{G1}\cos\alpha_1 + F_{G2}\cos\alpha_2 + F_{G3}\cos\alpha_3$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_{G1}\sin\alpha_1 + F_{G2}\sin\alpha_2 + F_{G3}\sin\alpha_3$

Auswertung der Gleichgewichtsbedingungen:

zu I.: $F_{G1}\cos\alpha_1 = 0$, weil $\cos\alpha_1 = \cos 270^\circ = 0$

zu II.: $F_{G1}\sin\alpha_1 = -F_G$, weil $\sin\alpha_1 = \sin 270^\circ = -1$

I. $\Sigma F_x = 0 = F_{G2}\cos\alpha_2 + F_{G3}\cos\alpha_3$

II. $\Sigma F_y = 0 = -F_{G1} + F_{G2}\sin\alpha_2 + F_{G3}\sin\alpha_3$

Gleichung I. nach F_{G3} umstellen:

$$F_{G3} = \frac{-F_{G2}\cos\alpha_2}{\cos\alpha_3}$$

und in Gleichung II. einsetzen:

$$-F_{G1} + F_{G2}\sin\alpha_2 - \frac{-F_{G2}\cos\alpha_2}{\cos\alpha_3}\sin\alpha_3 = 0$$

$$F_{G2}\sin\alpha_2 - F_{G2}\cos\alpha_2\tan\alpha_3 = F_{G1}$$

$$F_{G2}\left(\sin\alpha_2 - \cos\alpha_2\tan\alpha_3\right) = F_{G1}$$

$$F_{G2} = \frac{F_{G1}}{\sin\alpha_2 - \cos\alpha_2\tan\alpha_3} = \frac{30\,\text{N}}{\sin 155^\circ - \cos 155^\circ\cdot\tan 80^\circ}$$

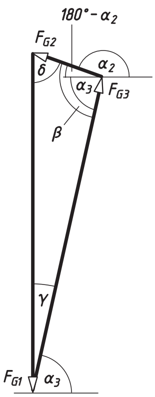
$$F_{G2} = 5{,}393\,\text{N}$$

in Gleichung I. $F_{G2} = 5{,}393\,\text{N}$ einsetzen:

$$\text{I. } F_{G3} = \frac{-5{,}393\,\text{N}\cdot\cos 155^\circ}{\cos 80^\circ} = 28{,}147\,\text{N}$$

Trigonometrische Lösung:

Krafteckskizze



Winkelberechnungen:

$\gamma = 90° - \alpha_3 = 10°$

$\beta = 180° - \alpha_2 + \alpha_3$; α_3 ist der Stufenwinkel zu α_3 bei F_{G1}

$\beta = 180° - 155° + 80° = 105°$

Der Winkel δ ergibt sich aus der Winkelsumme im Dreieck (180°) minus β minus γ.

$\delta = 180° - \beta - \gamma = 180° - 105° - 10° = 65°$

Sinussatz:

$$\frac{F_{G1}}{\sin\beta} = \frac{F_{G2}}{\sin\gamma} = \frac{F_{G3}}{\sin\delta}$$

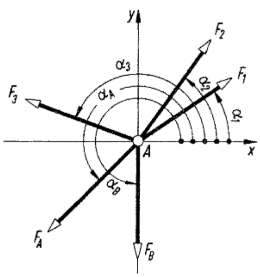
$$F_{G2} = F_{G1}\frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = 30\ \text{N}\cdot\frac{\sin 10°}{\sin 105°} = 5{,}393\ \text{N}$$

$$F_{G3} = F_{G1}\frac{\sin\delta}{\sin\beta} = 30\ \text{N}\cdot\frac{\sin 65°}{\sin 105°} = 28{,}148\ \text{N}$$

51.

Analytische Lösung:

Lageskizze



$F_1 = 320\ \text{N}$ $\alpha_1 = 35°$

$F_2 = 180\ \text{N}$ $\alpha_2 = 55°$

$F_3 = 250\ \text{N}$ $\alpha_3 = 160°$

$\alpha_A = 225°$

$\alpha_B = 270°$

Gleichgewichtsbedingungen:

I. $\Sigma F_x = 0 = F_1\cos\alpha_1 + F_2\cos\alpha_2 + F_3\cos\alpha_3 + F_A\cos\alpha_A + F_B\cos\alpha_B$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_1\sin\alpha_1 + F_2\sin\alpha_2 + F_3\sin\alpha_3 + F_A\sin\alpha_A + F_B\sin\alpha_B$

Auswertung der Gleichgewichtsbedingungen:

zu I.: $F_B\cos\alpha_B = 0$, weil $\cos\alpha_B = \cos 270° = 0$

zu II.: $F_B\sin\alpha_B = -F_B$, weil $\sin\alpha_B = \sin 270° = -1$

I. $\Sigma F_x = 0 = F_1\cos\alpha_1 + F_2\cos\alpha_2 + F_3\cos\alpha_3 + F_A\cos\alpha_A$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_1\sin\alpha_1 + F_2\sin\alpha_2 + F_3\sin\alpha_3 + F_A\sin\alpha_A - F_B$

a) Größe der Kräfte F_A und F_B

Gleichung I. nach F_A umgestellt:

$$F_A = \frac{-F_1\cos\alpha_1 - F_2\cos\alpha_2 - F_3\cos\alpha_3}{\cos\alpha_A}$$

$$F_A = \frac{-320\ \text{N}\cdot\cos 35° - 180\ \text{N}\cdot\cos 55° - 250\ \text{N}\cdot\cos 160°}{\cos 225°}$$

$F_A = 184{,}48\ \text{N}$

Gleichung II. nach F_B umgestellt – $F_A = 184{,}48\ \text{N}$ einsetzen:

$F_B = F_1\sin\alpha_1 + F_2\sin\alpha_2 + F_3\sin\alpha_3 + F_A\sin\alpha_A$

$F_B = 320\ \text{N}\cdot\sin 35° + 180\ \text{N}\cdot\sin 55° + 250\ \text{N}\cdot\sin 160° + 184{,}48\ \text{N}\cdot\sin 225°$

$F_B = 286{,}05\ \text{N}$

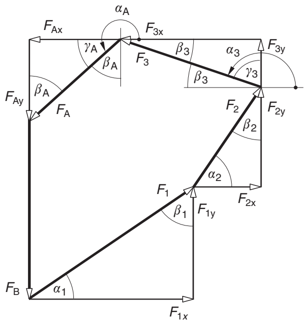
b) Richtungssinn der Kräfte F_A und F_B

Der angenommene Richtungssinn war richtig, weil sich für die Kräfte F_A und F_B positive Zahlenwerte ergeben haben:

F_A wirkt nach links unten, F_B wirkt senkrecht nach unten.

Trigonometrische Lösung:

Krafteckskizze – entspricht dem maßstäblichen Kräfteplan in der zeichnerischen Lösung



Basis für die Bestimmung der Kräfte F_A und F_B nach der trigonometrischen Methode ist der – nun unmaßstäbliche – Kräfteplan (Krafteckskizze).
Die Kräfte F_1, F_2 und F_3 werden in Komponenten zerlegt und die inneren Winkel α_n, β_n und γ_n ermittelt
(n = 1, 2, 3, A).
Bestimmung der inneren Winkel α_n, β_n, γ_n:

$$\alpha_1 = 35° \text{ (gegeben)}, \beta_1 = 180° - 90° - \alpha_1 = 55°$$

$$\alpha_2 = 55° \text{ (gegeben)}, \beta_2 = 180° - 90° - \alpha_2 = 35°$$

$$\alpha_3 = 160° \text{ (gegeben)}, \beta_3 = 180° - \alpha_3 = 20°, \gamma_3 = 180° - 90° - \beta_3 = 70°$$

$$\alpha_A = 225° \text{ (gegeben)}, \beta_A = 270° - \alpha_A = 45°, \gamma_A = 180° - 90° - \beta_A = 45°$$

Bestimmung der Komponenten der Kräfte F_1, F_2, F_3:

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos\alpha_1 = 262{,}13 \text{ N}, F_{1y} = F_1 \cdot \cos\beta_1 = 183{,}54 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos\alpha_2 = 103{,}24 \text{ N}, F_{2y} = F_2 \cdot \cos\beta_2 = 147{,}45 \text{ N}$$

$$F_{3x} = F_3 \cdot \cos\beta_3 = 234{,}92 \text{ N}, F_{3y} = F_3 \cdot \cos\gamma_3 = 85{,}51 \text{ N}$$

a) Größe der Kräfte F_A und F_B

$$F_{Ax} = F_{1x} + F_{2x} - F_{3x} = 262{,}13\,\text{N} + 103{,}24\,\text{N} - 234{,}92\,\text{N}$$

$$F_{Ax} = 130{,}45\,\text{N}$$

$$\cos\gamma_A = \frac{F_{Ax}}{F_A} \Rightarrow F_A = \frac{F_{Ax}}{\cos\gamma_A} = \frac{130{,}45\,\text{N}}{\cos 45°} = 184{,}48\,\text{N}$$

$$F_B = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} - F_{Ay}$$

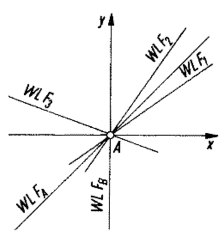
$$F_{Ay} = F_A \cos\beta_A = 184{,}48\,\text{N} \cdot \cos 45° = 130{,}45\,\text{N} \; (\beta_A = \gamma_A = 45°)$$

$$F_B = 183{,}54\,\text{N} + 147{,}45\,\text{N} + 85{,}51\,\text{N} - 130{,}45\,\text{N}$$

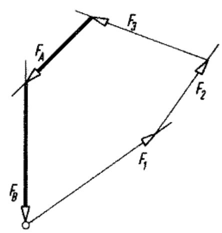
$$F_B = 286{,}05\,\text{N}$$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan

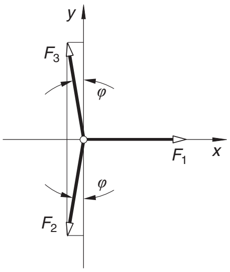


Kräfteplan ($M_K = 150$ N/cm)



52.

Analytische Lösung:



Lageskizze des frei gemachten Gelenkbolzens

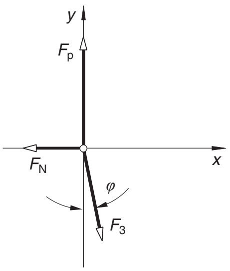
$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_1 - F_2 \sin\varphi - F_3 \sin\varphi$$

$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_3 \cos\varphi - F_2 \cos\varphi \,|: \cos\varphi \quad \Rightarrow F_2 = F_3$$

in I. eingesetzt:

$$F_1 - F_3 \sin\varphi - F_3 \sin\varphi = 0 \quad \Rightarrow F_1 - 2 \cdot F_3 \sin\varphi = 0$$

$$F_3 = \frac{F_1}{2 \cdot \sin\varphi} = F_2$$



Lageskizze des frei gemachten Schlittens

$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = -F_N + F_3 \sin\varphi$$

$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_p - F_3 \cos\varphi$$

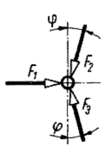
$$\text{II. } F_p = F_3 \cos\varphi = \frac{F_1}{2 \cdot \sin\varphi} \cdot \cos\varphi = \frac{F_1}{2} \cdot \frac{1}{\tan\varphi}$$

$$F_p = f(F_1, \varphi) = \frac{F_1}{2 \cdot \tan\varphi}$$

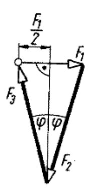
$$F_{p\,5^\circ} = F_1 \cdot \frac{1}{2 \cdot \tan 5^\circ} = F_1 \cdot \frac{1}{0{,}174} = 5{,}715 \cdot F_1$$

$$F_{p\,1^\circ} = F_1 \cdot \frac{1}{2 \cdot \tan 1^\circ} = F_1 \cdot \frac{1}{3{,}491 \cdot 10^{-2}} = 28{,}645 \cdot F_1$$

Trigonometrische Lösung:



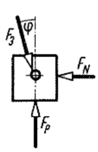
Lageskizze 1
(freigemachter
Gelenkbolzen)



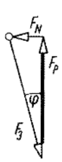
Krafteckskizze 1

Wegen der Symmetrie sind die Kräfte F_2 und F_3 in beiden Schwingen gleich groß:

$$\sin\varphi = \frac{\frac{F_1}{2}}{F_3} \rightarrow F_3 = \frac{F_1}{2 \sin\varphi}$$



Lageskizze 2
(freigemachter Pressenstößel)



Krafteckskizze 2

$$F_p = F_3 \cos\varphi = \frac{F_1}{2 \sin\varphi} \cos\varphi = \frac{F_1}{2 \tan\varphi}$$

$$F_{p5^\circ} = \frac{F_1}{2 \tan 5^\circ} = 5{,}715 \cdot F_1$$

$$F_{p1^\circ} = \frac{F_1}{2 \tan 1^\circ} = 28{,}64 \cdot F_1$$