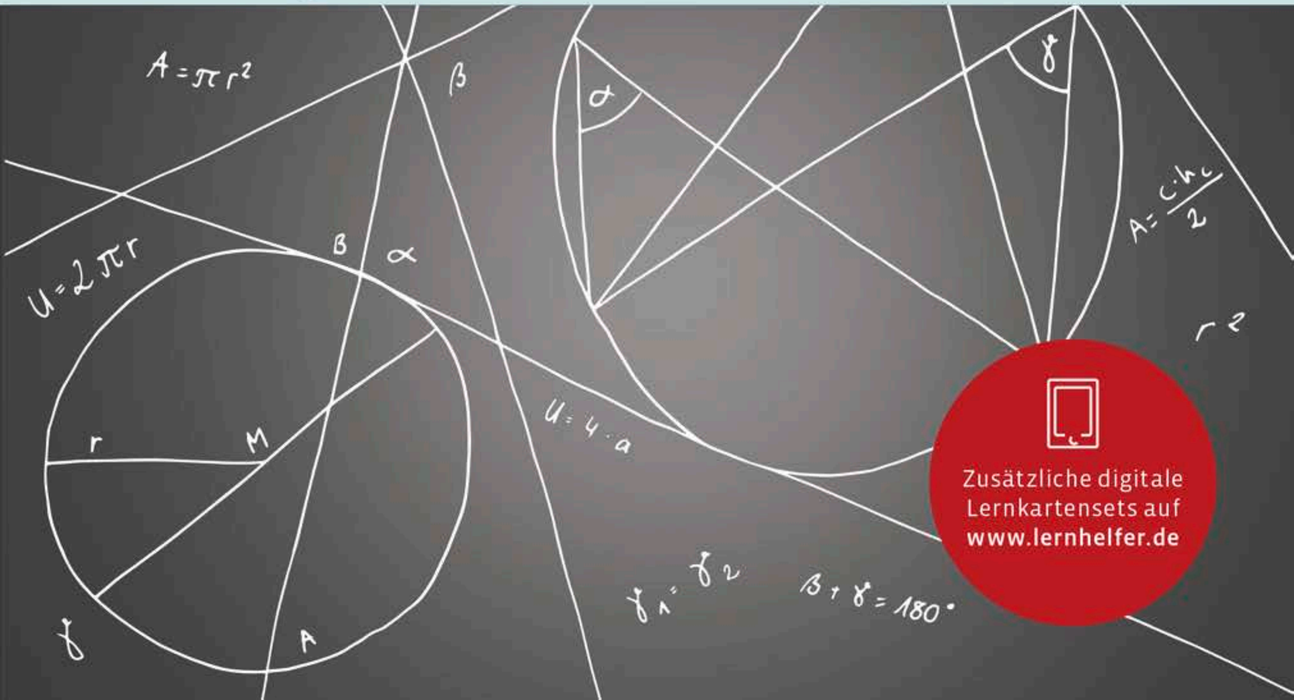
8. Klasse • Mathematik

DUDEN

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

8. Klasse
Mathematik

Dein Weg zu besseren Noten!



Zusätzliche digitale Lernkartensets auf www.lernhelfer.de

2 Zuordnungen und Funktionen

2.1 Darstellung von Zuordnungen

WISSEN

In der Mathematik beschreibt man **Beziehungen** zwischen Größen aus zwei Mengen durch **Zuordnungen.** Durch die Zuordnungen entstehen **Wertepaare.**

Anzahl der Eiskugeln $\mapsto$ Preis
Erreichte Punktzahl $\mapsto$ Note
Schüler/in $\mapsto$ Lieblingsessen
Wertepaar: (Felix|Spaghetti)

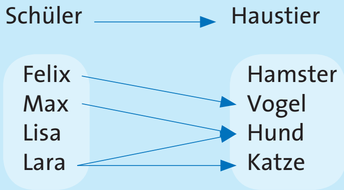
Zuordnungen werden auf unterschiedliche Weisen dargestellt.

Wichtig ist, dass man die Informationen in der Darstellung gut ablesen kann.

Zuordnungen können mithilfe von **Texten** beschrieben werden.

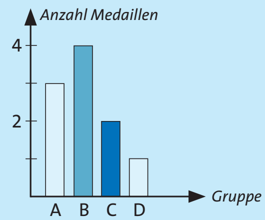
Eine Eiskugel kostet 50 Cent.
Jeder Zahl wird ihr Dreifaches zugeordnet.

Viele Zuordnungen lassen sich übersichtlich mithilfe von **Pfeildiagrammen** darstellen.



Um Mengen- oder Größenverhältnisse darzustellen, bietet sich das **Säulendiagramm** an.

Hinweis: Auch mit anderen Diagrammen wie dem **Kreisdiagramm** kannst du Mengen- oder Größenverhältnisse darstellen.



Mit **Termen** kannst du
- Größenverhältnisse beschreiben,
- Rechenvorschriften angeben.

$x \mapsto 3x$: jeder Zahl wird ihr Dreifaches zugeordnet.
$f(x) = 3x$ (*Lies:* Funktionswert von x ist gleich 3x)

Häufig werden Zuordnungen tabellarisch dargestellt.

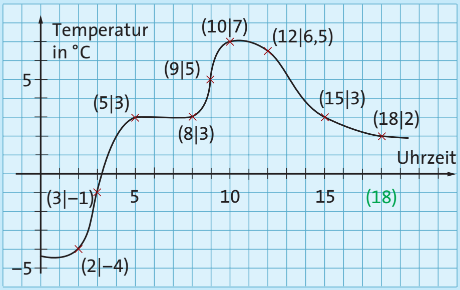
Hat man allerdings zu viele Daten, so ist eine **Tabelle** unübersichtlich.

Alter in Jahren	Größe in m
1	0,80 m
2	0,85 m
3	0,92 m

Wertepaare: (1|0,8); (2|0,85) usw.

Besonders übersichtlich kann man Zuordnungen darstellen, indem man die Wertepaare als Punkte in ein **Koordinatensystem** zeichnet. Diese Form der Darstellung heißt **Graph** der Zuordnung. Anhand eines Graphen sind Verläufe und Zusammenhänge besonders gut erkennbar.

Merke: Die Punkte werden häufig durch eine Linie miteinander verbunden. Dies ist jedoch nicht in jedem Fall sinnvoll!



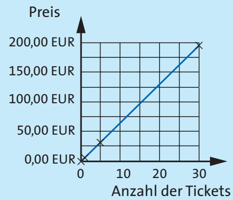
Du kennst bereits **proportionale Zuordnungen.** Ihre allgemeine Zuordnungsvorschrift lautet: $y = m \cdot x$ mit $m \in \mathbb{Q}$.
Diese Zuordnungen kannst du leicht erkennen, denn:
1. Alle Wertepaare (x|y) bzw. (x|mx) sind **quotientengleich:**

$$\frac{y}{x} = \frac{m \cdot x}{x} = m \quad (x \neq 0)$$

2. Der Graph einer proportionalen Zuordnung liegt auf einer **Geraden,** die durch den Ursprung geht.

Kinobesuch: *Je mehr* Karten gekauft werden, *desto mehr* muss man zahlen.

	x Anzahl der Tickets	y Preis	
	0	0,0 €	
· 5	1	6,50 €	· 5
· 6	5	32,50 €	· 6
	30	195,00 €	



Du kennst ebenfalls **indirekt (umgekehrt) proportionale Zuordnungen.** Ihre allgemeine Zuordnungsvorschrift lautet:

$$y = \frac{k}{x} \text{ mit } k \in \mathbb{Q}, x \neq 0$$

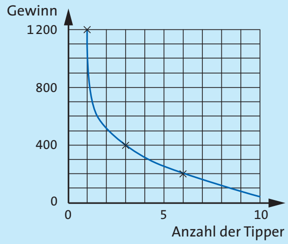
Beachte: Für x = 0 ist die Zuordnung nicht definiert.
Auch diese Zuordnungen kannst du leicht erkennen:
1. Alle Wertepaare (x|y) bzw. $\left(x\middle|\frac{k}{x}\right)$ sind **produktgleich:**

$$x \cdot y = x \cdot \frac{k}{x} = k$$

2. Der Graph einer umgekehrt proportionalen Zuordnung liegt auf einer **Hyperbel.**

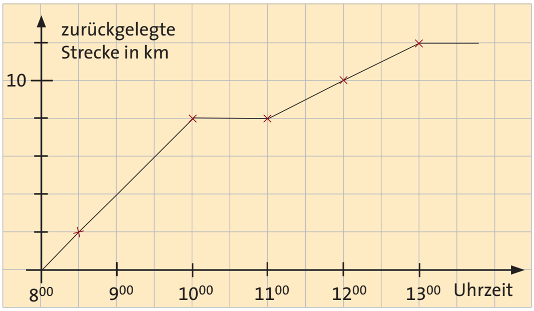
Lottogewinn einer Tippgemeinschaft: *Je mehr* Gewinner, *desto weniger* gewinnt der Einzelne.

	x Anzahl der Tipper	y Gewinn der einzelnen Tipper	
· 3	1	1 200 €	: 3
· 2	3	400 €	: 2
	6	200 €	



WISSEN

ÜBUNG 1 **Betrachte die Darstellung der Zuordnung und beantworte die Fragen.**



a) Welche Größen werden einander zugeordnet?

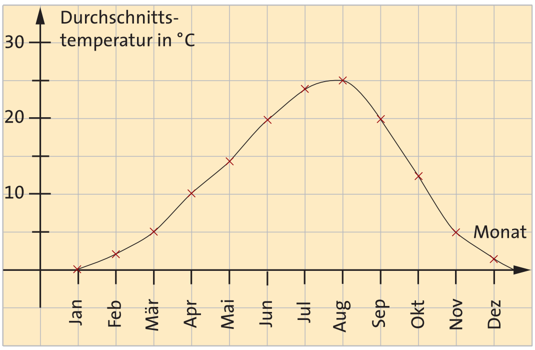
b) Um welchen Sachverhalt könnte es sich handeln? Vielleicht fallen dir hierzu mehrere Möglichkeiten ein!

c) Suche dir einen Sachverhalt aus und schreibe dann eine passende Geschichte in dein Heft unter Berücksichtigung der obigen Abbildung.

ÜBEN

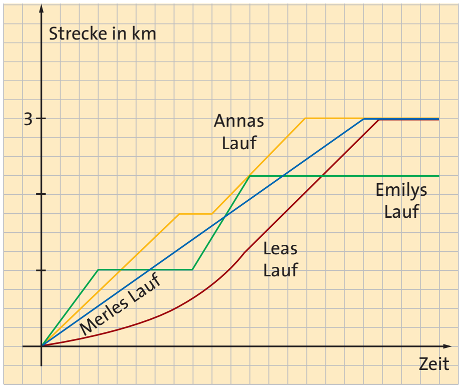
ÜBUNG 2 **Betrachte folgende Grafik und beantworte anschließend die Fragen.**

a) Wie hoch ist die Durchschnittstemperatur im Februar?
b) In welchem Monat ist die durchschnittliche Temperatur ähnlich wie im Februar?
c) Welcher Monat ist der wärmste?
d) Welcher Monat ist der kälteste?



ÜBUNG 3 **Die folgenden Graphen zeigen den Verlauf eines 3 000-Meter-Laufes von mehreren Teilnehmerinnen. Beschreibe die Läufe. Die Fragen können dir dabei helfen.**

a) Wer war die Schnellste?
b) Welche Läuferin hat während der gesamten Zeit die Geschwindigkeit beibehalten?
c) Wer ist schnell gestartet, dann aber zurückgefallen?
d) Welche Läuferin hat ihr Tempo nach einem langsamen Start kontinuierlich gesteigert?
e) Wer hat das Ziel nicht erreicht?



ÜBUNG 4 **Klassensprecherwahl: Die Klasse 8 a hat 30 Schülerinnen und Schüler. Die Kandidatinnen und Kandidaten für die Wahl sind Alina, Lisa, Moritz, Luca und Felix, wobei folgendermaßen abgestimmt wurde:**

Kandidat(in)	Anzahl der Stimmen	entsprechender Winkel im Kreisdiagramm
Alina	𝍸 𝍸 𝍷𝍷 (12)	
Lisa	𝍸	
Moritz	𝍸 𝍷𝍷𝍷	
Luca	𝍷𝍷𝍷	
Felix	𝍷𝍷	
Abgegebene Stimmen	**30**	**360°**

a) Stelle diese Stimmenverteilung in deinem Übungsheft in einem Säulendiagramm dar.
b) Übertrage nun die Werte in ein Kreisdiagramm. Berechne zunächst die entsprechenden Winkel. (Tipp: 1 Stimme entspricht 360° : 30 = 12°.) Trage deine Ergebnisse in die obige Tabelle ein.

ÜBUNG 5 **Die Bahnfahrt am Wandertag kostet für jede Schülerin und jeden Schüler 5,50 €. Stelle die Kosten für zwei bis sechs Schüler und Schülerinnen in einer Tabelle dar. Übertrage dann die Werte in ein Koordinatensystem. Achte hierbei auf die richtige Beschriftung und eine sinnvolle Einteilung der Achsen!**

ÜBEN

2.2 Funktionen und Funktionsgraphen

Eine Funktion ist eine Zuordnung, bei der jedem Element der **Definitionsmenge genau ein** Element der **Wertemenge** zugeordnet wird.

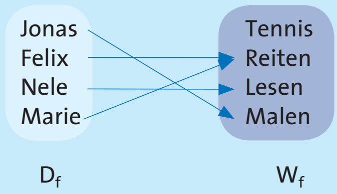
Definitionsmenge: Die Definitionsmenge D_f einer Funktion f beinhaltet die Werte, die man für x einsetzen darf.

Wertemenge: Die Wertemenge W_f einer Funktion f beinhaltet die Werte, die man für y erhält.

Den Wert einer Funktion f für x bezeichnet man mit f(x).

Beispiele:
1. f: $y = 2x + 1$; $D_f = \mathbb{Q}$; $W_f = \mathbb{Q}$

2. f:



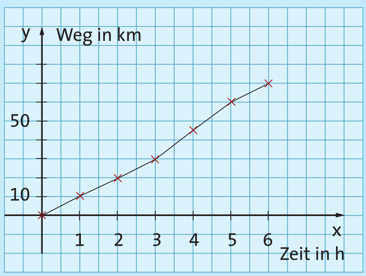
Funktionsgraphen zeichnen

Wertetabelle anlegen: Mithilfe einer Wertetabelle kannst du dir nur einen ersten (groben) Überblick über die Eigenschaften einer Funktion verschaffen.
Lege zunächst fest, welchen Ausschnitt der Funktion du grafisch darstellen willst und fertige hierzu eine entsprechende Wertetabelle an.
Bestimme insbesondere auch den **Schnittpunkt** S_y mit der y-Achse. Diesen erhältst du, indem du für x den Wert 0 einsetzt und den zugehörigen y-Wert berechnest: **x = 0** und **y = f(0).** Du erhältst: $S_y\,(0|f(0))$

Zeit in h	0	1	2	3	4	5	6
Weg in km	0	10	20	30	45	60	70

Der Weg wird in Abhängigkeit von der Zeit gemessen. D. h., der *Weg* ist die *abhängige* Größe und wird auf der *y-Achse* abgetragen. Die *Zeit* ist die *unabhängige* Größe und wird daher auf der *x-Achse* abgetragen.

Graph und Koordinatensystem zeichnen:
1. Lege fest, welche Größe die unabhängige ist (x-Achse) und welche die abhängige (y-Achse) ist.
2. Überlege dir eine sinnvolle Einteilung für die x-Achse.
3. Passe nun entsprechend der Zuordnung die Einteilung der y-Achse an.
4. Zeichne das Koordinatensystem. Beschrifte die Achsen.
5. Trage die Wertepaare als Punkte in das Koordinatensystem ein. Verbinde sie ggf. durch eine Linie.



Im Folgenden schreiben wir nur noch die *Funktionsnamen* bzw. die *Funktionsterme* an die Graphen.