

6. Klasse • Mathematik

DUDEN

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

6. Klasse

Mathematik

Drei Lernbausteine für garantiert bessere Noten!



Zusätzliche digitale
Lernkartensets auf
www.lernhelfer.de

WISSEN +

Bruchrechnen mit der Primfaktorzerlegung

Eine **Primzahl** ($p \neq 1$) ist eine natürliche Zahl, die nur 1 und sich selbst als Teiler hat.

Die Zahlen 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 27 sind Beispiele für Primzahlen.

Eine vorgegebene natürliche Zahl kann man immer als Produkt von Primzahlen schreiben:

Primfaktorzerlegung ...
von 14: von 40:

1. Schreibe die Zahl als Produkt zweier Zahlen.
2. Versuche, jeden Faktor wiederum als Produkt zu schreiben.
3. Fahre so fort, bis die Faktoren sich nicht weiter zerlegen lassen.
4. Ordne die Faktoren der Größe nach.

$$\begin{array}{l} 14 \\ = 2 \cdot 7 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 40 \\ = 10 \cdot 4 \\ = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \\ = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \end{array}$$

Den Hauptnenner zweier Brüche kann man mithilfe der Primfaktorzerlegung der beiden Nenner ermitteln:

Gesucht:
Hauptnenner von $\frac{3}{14}$ und $\frac{21}{40}$

1. Zerlege die Nenner in Primfaktoren.
2. Bilde das Produkt der höchsten Potenzen der vorkommenden Primfaktoren.
3. Du erhältst das **kgV der Nenner**; dies entspricht dem **Hauptnenner**.

$$\begin{array}{l} 40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \\ 14 = 2 \cdot 7 \\ \text{Bilde: } 2^3 \cdot 5 \cdot 7 \end{array} \qquad \begin{array}{l} = 2^3 \cdot 5 \\ = 2 \cdot 7 \\ = \mathbf{280} \text{ (Hauptnenner)} \end{array}$$



ÜBUNG 25 Finde in einer Nebenrechnung (NR) den Hauptnenner mithilfe der Primfaktorzerlegung. Erweitere die Brüche auf den Hauptnenner und führe anschließend die Rechnung aus. Schreibe in dein Übungsheft.

Beispiel: $\frac{2}{45} + \frac{5}{36} = \frac{8}{180} + \frac{25}{180} = \frac{33}{180} = \frac{11}{60}$

NR: $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$
 $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
 Bilde: $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 180$

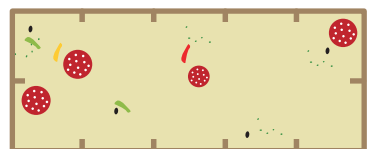
a) $\frac{5}{12} + \frac{3}{50}$

b) $\frac{3}{22} - \frac{1}{28}$



ÜBUNG 26 Löse das Rätsel durch Zeichnen und durch Rechnen.

Familie Margherita teilt Pizza nach festen Regeln auf: Frau Margherita bekommt zwei Fünftel, Herr Margherita bekommt drei Zehntel der gesamten Pizza. Von dem, was dann noch übrig ist, bekommt Kater Tom ein Drittel. Den Rest bekommt Sohn Emilio.



Welchen Anteil von der Pizza bekommt Emilio?

1.4 Brüche multiplizieren und dividieren

Multiplizieren	
Zwei Brüche werden multipliziert , indem man die beiden Zähler und die beiden Nenner jeweils miteinander multipliziert. Das Ergebnis wird gekürzt.	$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$ $\frac{4}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{4 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{24}{15} = \frac{8}{5}$
Man darf auch vor dem Multiplizieren kürzen. Dazu wird je ein Faktor des Zählers und ein Faktor des Nenners durch dieselbe Zahl dividiert. Die gekürzten Faktoren werden durchgestrichen und das Ergebnis wird daneben geschrieben. <i>Aufgepasst:</i> Versuche immer erst zu kürzen, das macht das Rechnen leichter.	$\frac{4}{15} \cdot \frac{5}{6} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \cdot \overset{1}{\cancel{5}}}{\overset{3}{\cancel{15}} \cdot \overset{2}{\cancel{6}}} = \frac{2}{9}$ $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{8}{7} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{2}{\cancel{5}} \cdot \overset{2}{\cancel{8}}}{\overset{1}{\cancel{4}} \cdot \overset{3}{\cancel{9}} \cdot \overset{1}{\cancel{7}}} = \frac{10}{21}$
Durch Multiplikation mit einem Bruch kann man bestimmen, wie viel ein Anteil an einer Sache ausmacht.	$\frac{2}{3} \text{ von } 12 \text{ kg sind } 8 \text{ kg:}$ $\frac{2}{3} \cdot 12 = \frac{2}{3} \cdot \frac{12}{1} = \frac{24}{3} = \frac{8}{1} = 8$
Auch ein Anteil von einem Anteil lässt sich durch Bruchmultiplikation bestimmen. Das Wort „von“ wird hier als Malzeichen übersetzt.	$\frac{3}{10} \text{ von } \frac{5}{2} \text{ Liter sind } \frac{3}{4} \text{ Liter:}$ $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$
Dividieren	
Den Kehrwert eines Bruchs erhält man durch Vertauschen von Zähler und Nenner.	$\frac{5}{2}$ ist der Kehrwert von $\frac{2}{5}$.
Ein Bruch wird durch einen zweiten Bruch dividiert , indem man ihn mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs multipliziert.	$\frac{3}{5} : \frac{4}{7} = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{4} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 4} = \frac{21}{20}$
Ein Doppelbruch ist ein Bruch, bei dem Zähler und Nenner selbst auch Brüche sind. Man kann ihn als Division schreiben und ausrechnen.	$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{5} : \frac{3}{2} = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$

Rechnen mit Bruchzahlen



ÜBUNG 27 Berechne die Produkte.

$$a) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$b) \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$c) \frac{7}{25} \cdot \frac{11}{4} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$d) \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$



ÜBUNG 28 Berechne die Quotienten. Vergiss nicht, zuerst den Kehrwert des zweiten Bruchs zu bilden.

$$a) \frac{7}{4} : \frac{2}{5} = \frac{\quad}{4} \cdot \frac{\quad}{2} = \frac{\quad}{4 \cdot 2} = \frac{\quad}{8} \quad b) \frac{3}{4} : \frac{5}{9} = \frac{\quad}{4} \cdot \frac{\quad}{5} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$c) \frac{11}{5} : \frac{9}{2} = \frac{\quad}{5} \cdot \frac{\quad}{9} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$d) \frac{8}{15} : \frac{15}{12} = \frac{\quad}{15} \cdot \frac{\quad}{15} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$



ÜBUNG 29 Fülle die Lücken in den Rechenkettten. Wenn du alles richtig machst, kommt bei allen dieselbe Zahl heraus.

$$a) \frac{3}{4} \cdot 2 \rightarrow \quad \rightarrow +1 \rightarrow \quad \rightarrow -\frac{3}{2} \rightarrow \quad$$

$$b) \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \rightarrow \quad \rightarrow \cdot 2 \rightarrow \quad \rightarrow -\frac{2}{3} \rightarrow \quad$$

$$c) \frac{23}{10} + \frac{6}{5} \rightarrow \quad \rightarrow : \frac{3}{2} \rightarrow \quad \rightarrow -\frac{4}{3} \rightarrow \quad$$



ÜBUNG 30 Berechne die Ausdrücke. Kürze – falls möglich – vor dem Multiplizieren.

$$a) \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$b) \frac{10}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$c) \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$d) \frac{11}{20} \cdot \frac{15}{22} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$e) \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{1} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$f) \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{10}{9} = \frac{\quad}{\quad}$$



ÜBUNG 31 Sieben Zehntel der Erdoberfläche sind mit Wasser bedeckt. Etwa die Hälfte davon nimmt der Pazifische Ozean ein.

Wie groß ist sein Anteil an der gesamten Erdoberfläche?



ÜBUNG 32 Wandle die Doppelbrüche in eine Division um und berechne die Ergebnisse. Kürze so weit wie möglich.

$$a) \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{6}} = \frac{\square}{\square} : \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$b) \frac{\frac{3}{2}}{\frac{15}{4}} = \frac{\square}{\square} : \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$



ÜBUNG 33 Berechne die Ausdrücke. Beachte, dass du bei einer Division erst kürzen darfst, nachdem du sie in eine Multiplikation umgeformt hast!

$$a) \frac{3}{10} : \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$b) \frac{4}{9} : \frac{2}{3} = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$c) \frac{12}{7} : \frac{8}{21} = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$d) \frac{35}{78} : \frac{49}{130} = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

WISSEN

Mit gemischten Zahlen rechnen

Enthält eine Bruchrechnung natürliche Zahlen, so forme diese zuerst in Brüche um. Anschließend kannst du wie gewohnt mit den Brüchen rechnen.

Enthält eine Rechnung gemischte Zahlen, so forme diese ebenfalls zuerst in die Bruchschreibweise um. Rechne anschließend wie gewohnt mit den Brüchen. Forme die Ergebnisse in beiden Fällen ggf. wieder in gemischte Zahlen um.

$$\frac{5}{3} \cdot 7 = \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{1} = \frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 1} = \frac{35}{3} = 11 \frac{2}{3}$$

$$\frac{10}{3} : 4 = \frac{10}{3} : \frac{4}{1} = \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

$$2 \frac{1}{2} : 1 \frac{3}{4} = \left(\frac{4}{2} + \frac{1}{2} \right) : \left(\frac{4}{4} + \frac{3}{4} \right) =$$

$$= \frac{5}{2} : \frac{7}{4} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{14} = \frac{10}{7} = 1 \frac{3}{7}$$



ÜBUNG 34 Berücksichtige beim Rechnen alle bisher besprochenen Regeln. Schreibe in dein Übungsheft.

$$a) 2 \frac{2}{3} \cdot 5 \frac{1}{4}$$

$$b) 2 \frac{1}{3} : 2 \frac{4}{5}$$

$$c) 1 \frac{3}{7} \cdot 6 \cdot 3 \frac{1}{2}$$

Rechnen mit Bruchzahlen



ÜBUNG 35 Schreibe die Anteile als Produkt und berechne sie. Gib beim Ergebnis die Einheit mit an. Wie viel ist ...

- die Hälfte von einem halben Kilogramm?
- ein Viertel von einem zehntel Liter?
- ein Drittel von drei Vierteln einer Pizza?
- zwei Drittel von einer Dreiviertelstunde?

WISSEN

Potenzen von Bruchzahlen

Eine Zahl „hoch drei“ bedeutet, dass sie dreimal mit sich selbst multipliziert werden soll. Dieses Multiplizieren mit sich selbst nennt man **Potenzieren**.

Auch Bruchzahlen kann man potenzieren.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{256}$$



ÜBUNG 36 Schreibe die Potenzen als Produkte und berechne die Ergebnisse.

a) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 =$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 =$

c) $\left(\frac{1}{10}\right)^4 =$

d) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3 =$



ÜBUNG 37 Die Größe einer Rechteckfläche berechnet man als „Länge mal Breite“.

Wie viel Quadratmeter hat eine $4\frac{1}{2}$ Meter lange und $3\frac{1}{2}$ Meter breite Rasenfläche?



ÜBUNG 38 Schreibe passende Zahlen in die Lücken. Die Ergebnisse der Rechnungen stehen in gekürzter Form da.

a) $\frac{4}{5} \cdot \frac{\text{ }}{\text{ }} = \frac{2}{5}$

b) $1\frac{1}{4} : \frac{\text{ }}{\text{ }} = \frac{5}{14}$



ÜBUNG 39 Lea behauptet: „Wenn ich eine beliebige Zahl mit $\frac{2}{3}$ multipliziere, ist das Ergebnis kleiner als die ursprüngliche Zahl.“

- Untersuche, ob Leas Aussage stimmt und ob sie generell für das Multiplizieren mit einer Bruchzahl gilt.
- Kann das Ergebnis einer Division größer sein als die ursprüngliche Zahl? Finde Beispiele.