

Tobias Martin

Mathematik-Studienhilfen

# Finanzmathematik

Grundlagen – Prinzipien – Beispiele



2., aktualisierte Auflage



HANSER

# Inhaltsverzeichnis

<b>Häufig verwendete Symbole .....</b>	<b>8</b>
<b>1 Mathematische Grundlagen .....</b>	<b>9</b>
1.1 Prozentrechnung .....	9
1.2 Arithmetische und geometrische Folgen .....	14
1.3 Iterative Nullstellenbestimmung .....	21
1.4 Ungleichungen .....	22
1.5 Aufgaben .....	23
<b>2 Kapital und Zinsen .....</b>	<b>24</b>
2.1 Verzinsungsmodelle .....	24
2.2 Das 1-Perioden-Modell .....	26
2.3 Das $n$ -Perioden-Modell .....	29
2.4 Einfache Verzinsung .....	34
2.5 Verzinsung mit Zinseszinsen .....	38
2.6 Nominal- und Effektivzinssatz .....	44
2.7 Unterperiodische Verzinsung .....	47
2.8 Stetige Verzinsung .....	50
2.9 Aufgaben .....	53
<b>3 Zahlungsströme und Äquivalenz .....</b>	<b>55</b>
3.1 Äquivalenz von Kapitalien .....	55
3.2 Zahlungsströme .....	57
3.3 Das Äquivalenzprinzip .....	60
3.4 Investitionen .....	64
3.5 Mittlerer Zahlungstermin, Duration und Konvexität .....	70
3.6 Aufgaben .....	74
<b>4 Renten .....</b>	<b>76</b>
4.1 Rente und Raten .....	76
4.2 Renten bei einfacher Verzinsung .....	78
4.3 Renten bei Verzinsung mit Zinseszinsen .....	80
4.4 Gesamtwert und Zeitwert einer Rente .....	83
4.5 Wechselnde Zinssätze und Ratenhöhen .....	88
4.6 Ewige Renten .....	91
4.7 Kapitalaufbau und -verzehr .....	92
4.8 Renten mit variablen Raten .....	95
4.8.1 Rente mit arithmetischer Folge von Raten .....	96
4.8.2 Rente mit geometrischer Folge von Raten .....	97

4.9	Rentenperiode ungleich Zinsperiode .....	98
4.9.1	Rentenperiode größer als Zinsperiode .....	98
4.9.2	Rentenperiode kleiner als Zinsperiode .....	103
4.10	Aufgaben .....	107
<b>5</b>	<b>Tilgung einer Schuld .....</b>	<b>110</b>
5.1	Grundbegriffe .....	110
5.2	Spezielle Tilgungsprozesse .....	116
5.2.1	Zinsschuld .....	116
5.2.2	Gesamtfällige Schuld mit Zinsansammlung .....	118
5.2.3	Ratenschuld .....	119
5.2.4	Annuitätenschuld .....	121
5.3	Der Tilgungssatz .....	128
5.4	Unterperiodische Tilgung .....	134
5.5	Aufgaben .....	139
<b>6</b>	<b>Abschreibungen .....</b>	<b>142</b>
6.1	Grundbegriffe .....	142
6.2	Lineare Abschreibung .....	145
6.3	Degressive Abschreibung .....	146
6.4	Progressive Abschreibung .....	150
6.5	Aufgaben .....	153
<b>7</b>	<b>Kurs und Rendite .....</b>	<b>154</b>
7.1	Nominal- und Realzinssatz .....	154
7.2	Der Zusammenhang von Kurs und Rendite .....	156
7.3	Kurse spezieller Tilgungsprozesse .....	159
7.4	Unterjährliche Zahlungen .....	165
7.5	Aufgaben .....	169
<b>Lösungen</b>	.....	<b>171</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	.....	<b>177</b>
<b>Sachwortverzeichnis</b>	.....	<b>178</b>

## 2 Kapital und Zinsen

### 2.1 Verzinsungsmodelle

In einer Volkswirtschaft besitzt jede (handelbare) Ware oder Dienstleistung einen Preis als den in Geld ausgedrückten Wert. Die Faktoren, welche die Höhe des Preises beeinflussen, sind dabei von ganz unterschiedlicher Natur. Stellt eine natürliche oder juristische Person (**Gläubiger**) einer anderen Person (**Schuldner**) vorübergehend Geld zur Verfügung (ein **Kapital**), so ist auch dies eine Dienstleistung. Der Schuldner entrichtet dem Gläubiger dafür i. Allg. ein Nutzungsentgelt, den **Zins** bzw. die **Zinsen**. Die Höhe der Zinsen hängt ab von

- der Höhe des Kapitals,
- der Dauer der Nutzung durch den Schuldner,
- dem speziell vereinbarten Zinssatz (s. u.).

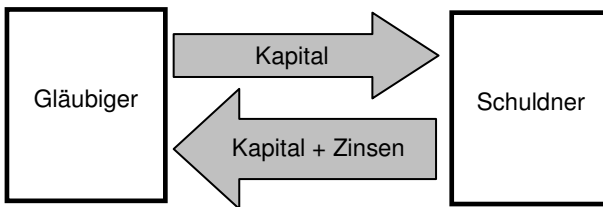


Bild 2.1:  
Zahlungen zwischen  
Gläubiger und Schuldner

In den meisten Fällen werden die Zinsen einmalig oder in regelmäßigen Zeitabständen fällig, d. h., der Schuldner muss dem Gläubiger die Zinsen zu einem bestimmten oder regelmäßig wiederkehrenden Zeitpunkten zahlen, solange er das Kapital des Gläubigers zur Verfügung hat. Bei der Art der Zahlung dieser Zinsen werden grundsätzlich zwei Formen unterschieden:

**Modell 1:** Direkte Zahlung der Zinsen an den Gläubiger zum Fälligkeitstermin

**Modell 2:** Gutschrift der Zinsen (beim Schuldner) und Saldierung zum Kapital

Die Fälligkeitszeitpunkte der Zinsen heißen **Zinszuschlags-** bzw. **Zinszahlungs-**termine. Die (positive) Differenz zweier aufeinander folgender Zinszuschlags-terme bezeichnet man als **Zinsperiode**. Üblich sind Zinsperioden von einem Jahr, einem halben Jahr, einem Vierteljahr oder einem Monat. Beim Modell 1 bleibt die *Höhe der Schuld während der Nutzungsdauer des Kapitals unverändert*, weil die Zinsen an den vereinbarten Zinszahlungsterminen dem Gläubiger zufließen. Man spricht in diesem Fall von **einfachen** bzw. **linearen Zinsen**. Anders ist die Situation im Modell 2: Hier werden die Zinsen zwar einem Konto des Gläubigers gutgeschrieben, dieses Konto wird jedoch beim Schuldner geführt,

dem diese Zinsen praktisch noch zur Verfügung stehen. Damit *erhöht sich das Kapital*, das der Schuldner zur Verfügung hat, um die jeweiligen Zinsen. Am nächsten Zinszahlungstermin sind dann Zinsen auf (schon gutgeschriebene) Zinsen fällig, die sog. **Zinseszinsen** (auch **geometrische Zinsen**). Bei beiden Formen handelt es sich um sog. **Verzinsungsmodelle**.

Oft wird vereinbart, dass über gewisse Zeiträume nur das anfangs zur Verfügung gestellte Kapital und nicht eventuelle, bereits früher gutgeschriebene Zinsen verzinst werden. Diese Form ist mathematisch dem Modell 1 äquivalent, selbst wenn der Gläubiger die Zinsen nicht sofort bekommt. Zwar ist dann eine solche Verfahrensweise finanzmathematisch inkorrekt, die einfache Verzinsung ist aber rechnerisch leichter zu handhaben und liefert für kurze Zeiträume Ergebnisse, die nicht gravierend von denen des Zinseszinsmodells abweichen.

Werden die Zinsen am Ende einer Zinsperiode fällig (Zinszuschlagstermin = letzter Tag der Zinsperiode), so spricht man von **nachschüssiger** (bzw. dekursiver) Verzinsung, sind sie jedoch bereits am Anfang einer Zinsperiode fällig (Zinszuschlagstermin = erster Tag der Zinsperiode), so liegt **vorschüssige** (bzw. antizipative) Verzinsung vor (Bild 2.2). Wir werden sehen, dass diese Unterscheidung aus Sicht der Finanzmathematik nur für Zinseszinsmodelle relevant ist.

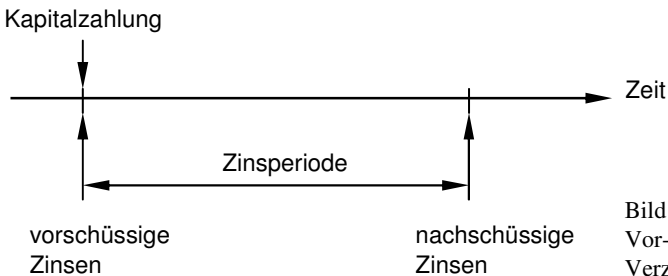


Bild 2.2:  
Vor- und nachschüssige  
Verzinsung

### Beispiel 2.1: Vor- und nachschüssige Verzinsung

Eine Bank (Gläubiger) stellt einem Kunden am 1.10.2007 ein Darlehen über 10.000 € zur Verfügung. Sie verlangt dafür bis zur Rückzahlung monatlich *nachschüssig* 100,00 € Zinsen. Wie lauten die Zinszahlungstermine?

*Lösung:* Zinszahlungstermine: 31.10.2007, 30.11.2007, 31.12.2007, 31.1.2008, ...  
Wäre *vorschüssige* Zinszahlung vereinbart worden, so lauteten die Zinszahlungstermine: 1.10.2007 (= Auszahlungstermin), 1.11.2007, 1.12.2007, 1.1.2008, ... ■

Wir wollen nun folgende grundsätzlichen Vereinbarungen treffen, die im gesamten Buch Gültigkeit besitzen:

**Allgemeine Voraussetzungen:**

Z1. Die Zinsen je Zinsperiode sind *proportional* dem zu Beginn der Periode zur Verfügung gestellten Kapital.

Z2. Die Zinsperiode ist ein ganzer Bruchteil eines Jahres.

Z3. Alle Zahlungen erfolgen *mit Sicherheit* zu den vorgesehenen Terminen.

Die *erste* Bedingung Z1 erscheint sinnvoll und garantiert die Linearität der Zinsen als Funktion des Kapitals, d. h.:

- Die Summe der Zinsen auf zwei Kapitalien ist stets gleich den Zinsen auf die Summe der Kapitalien. Es spielt also keine Rolle, ob ein bestimmter Geldbetrag insgesamt oder in Teilen verzinst wird.
- Die Zinsen auf das Vielfache eines Kapitals sind gleich diesem Vielfachen der Zinsen auf das einfache Kapital.

Dennoch findet man in der Praxis auch andere Modelle. So bieten zahlreiche Banken Sparkonten an, bei denen der Zinssatz gestaffelt ist und von der Höhe des Guthabens abhängt. Dabei wird für größere Kapitalwerte oft ein höherer Zinssatz gewährt, um den Sparer dazu anzuregen, einen möglichst großen Geldbetrag anzulegen. Ein weiterer Grund ist die Tatsache, dass die Kosten, die dem Kreditinstitut durch das Sparkonto entstehen, größtenteils nicht von der Höhe der Einlagen abhängen, so dass sie mit wachsendem Guthaben relativ gesehen abnehmen.

Die *zweite* Bedingung Z2 ist lediglich technischer Natur, um den Formelapparat nicht unnötig aufzublähen. Sie wird aber auch praktisch überall eingehalten, da Kreditinstitute und Finanzdienstleister spätestens nach Ablauf eines Jahres alle Konten abrechnen. Die *dritte* Voraussetzung Z3 schließt die Ausfallmöglichkeit von Zahlungen aus. Wollte man dies berücksichtigen, so wären Instrumente der Wahrscheinlichkeitsrechnung erforderlich.

## 2.2 Das 1-Perioden-Modell

Wir betrachten zunächst die Verzinsung in *einer* Zinsperiode. Sie beginne auf einer Zeitachse zum Zeitpunkt  $t = 0$  und soll bei  $t = 1$  enden.

**1-Perioden-Modell:**

- Die Verzinsung eines Kapitals wird nur über eine Zinsperiode betrachtet.
- Geldflüsse (sowohl Kapital als auch Zinsen) können nur zu Beginn und am Ende der Zinsperiode erfolgen. Anders gesagt: Nur Beginn ( $t = 0$ ) und Ende ( $t = 1$ ) der Zinsperiode sind mögliche **Handelszeitpunkte** für die Ware Geld.

Zu Beginn stellt der Gläubiger dem Schuldner ein bestimmtes Kapital  $K > 0$  zur Verfügung. Dafür soll er Zinsen in Höhe von  $Z$  erhalten. Aufgrund von Voraus-

setzung  $Z_1$  ist  $Z$  proportional zu  $K$ , es gibt also einen (von  $K$  unabhängigen) Proportionalitätsfaktor  $i$ , so dass gilt

$$Z = K \cdot i. \quad (2.1)$$

Ein Vergleich mit Formel (1.2) macht klar: Im Sinne der Prozentrechnung ist  $Z$  der Prozentwert zum Grundwert  $K$  mit dem Prozentsatz  $i$  bzw. dem Prozentfuß  $p$ . Es gilt demnach gemäß (1.1) und (1.2)

$$\frac{Z}{K} = i = \frac{p}{100}. \quad (2.2)$$

### Definition 2.1: Zinssatz

In der Zinsrechnung bezeichnet man  $i$  gem. (2.2) als **Zinssatz** bzw. **Zinsrate** (engl.: *interest rate* bzw. nur *rate*) und  $p$  als **Zinsfuß** der Zinsperiode. Wenn die Zinsperiode ein Jahr beträgt, so ist  $i$  der **Jahreszinssatz** bzw. die **Jahreszinsrate** und  $p$  der **Jahreszinsfuß**.

Der Faktor  $q = 1 + i$  heißt **Verzinsungsfaktor** (auch **Aufzinsungsfaktor**, engl.: *accumulation factor*) und sein reziproker Wert  $d = 1/(1 + i)$  **Abzinsungs-** bzw. **Diskontierungsfaktor** (engl.: *reduction factor*) zum Zinssatz  $i$ .

#### Bemerkungen:

1. In nahezu allen praktischen Anwendungen gilt  $i \geq 0$ , weil negative Zinsen wirtschaftlich unsinnig sind. Wir wollen dies ab sofort auch voraussetzen (Ausnahme: Rendite in Kapitel 7). Es sei aber darauf hingewiesen, dass viele Formeln formal auch für  $i < 0$  richtig bleiben.
2. Setzt man  $K = 1$ , so erkennt man, dass  $i$  auch interpretiert werden kann als der *Zins auf ein Kapital der Höhe 1*.

### Beispiel 2.1 (Fortsetzung): Zinssatz, Auf- und Abzinsungsfaktor

Der Bankkunde hat monatlich 100 € Zinsen zu zahlen. Wie lauten bei dem Darlehen (Kapital) von 10.000 € der (monatliche) Zinssatz, Zinsfuß, Aufzinsungs- und Diskontierungsfaktor?

*Lösung:* Zinssatz  $i = \frac{Z}{K} = \frac{100 \text{ €}}{10.000 \text{ €}} = 1\%$ , zugehöriger Zinsfuß  $p = 1$ , Aufzinsungsfaktor  $q = 1,01$  und Diskontierungsfaktor  $d = \frac{1}{1,01} \approx 0,990099$ . ■

Aus (2.2) erhält man sofort

$$q = 1 + i = 1 + \frac{Z}{K} = \frac{K + Z}{K},$$

der Aufzinsungsfaktor gibt also das Verhältnis von Kapital plus Zinsen zum Kapital nach einer Zinsperiode wieder. Mit ihm muss man das Anfangskapital

(den sog. **Anfangs-** oder **Barwert**) multiplizieren, um das Endkapital inkl. Zinsen (den sog. **Endwert**) nach einer Periode zu erhalten. Mit dem Diskontierungsfaktor ist hingegen das Endkapital zu multiplizieren, um das Anfangskapital zu Beginn der Periode zu bestimmen.

Oft wird das Anfangskapital bzw. der Barwert auch mit  $K_0 = K$  bezeichnet. Nach Fälligkeit der Zinsen hat sich also daraus am Ende der Zinsperiode der Endwert

$$K_1 = K_0 + Z \stackrel{(2.1)}{=} K_0(1+i) = K_0q \quad (2.3)$$

entwickelt. Aufgrund unserer Voraussetzung Z1 ist der Zinssatz  $i$  und damit der Aufzinsungsfaktor  $q$  unabhängig von der Größe  $K_0$ . Damit stellt  $q$  die *charakteristische Größe* des 1-Perioden-Modells dar (Bild 2.3).

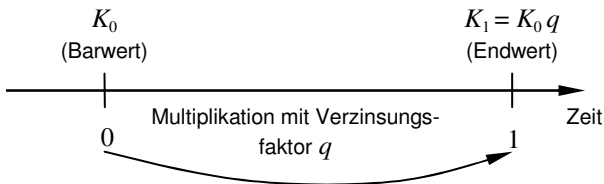


Bild 2.3:  
Barwert und Endwert  
im 1-Perioden-Modell

Wir wollen mit  $i$  den *Periodenzinssatz* bezeichnen, auch wenn die Zinsperiode nur ein Bruchteil des Jahres ist (auf Ausnahmen wird ausdrücklich hingewiesen). Nach (2.1) sind in der Zinsperiode Zinsen in Höhe von  $Z = iK$  fällig und der Verzinsungsfaktor hat dann die Gestalt  $q = 1 + i$ . In der Literatur symbolisiert  $i$  gelegentlich den *Jahreszinssatz*. Unsere Bezeichnungsweise bringt jedoch den Vorteil *einheitlicher Formeln* mit sich, unabhängig davon, wie lang eine Zinsperiode tatsächlich ist. In den praktischen Anwendungen ist darauf stets zu achten.

Bei mehreren Zinsabrechnungen pro Jahr stellt sich die Frage, welcher Periodenzinssatz bei gegebenem Jahreszinssatz anzuwenden ist. Wir gehen später darauf noch genauer ein. In der Finanzwirtschaft war es bisher üblich, dass bei mehreren Zinsfälligkeiten pro Jahr derjenige Anteil der Jahreszinsen gezahlt wird, der dem Verhältnis der Länge einer Zinsperiode zur Länge eines Jahres entspricht. Besteht ein Jahr also aus  $m$  Zinsperioden ( $m \in \mathbb{N}$  wegen Z2) und ist  $i_{\text{Jahr}}$  der Jahreszinssatz, so hieße das

$$\frac{Z}{m} = \frac{i_{\text{Jahr}}}{m} K.$$

Diese Verfahrensweise entspricht auch der alten Preisangabenverordnung (PAngV) von 1985, die bis 2002 gültig war. Der Periodenzinssatz beträgt demnach  $i = i_{\text{Jahr}}/m$ , also der  $m$ -te Teil des Jahreszinssatzes. Man nennt ihn den **linear proportionalen Zinssatz** zum Jahreszinssatz  $i_{\text{Jahr}}$ . Im Abschnitt 2.6 werden wir



# Sachwortverzeichnis

1-Perioden-Modell 26ff.

Äquivalenz 55

- von Kapitalien 55ff.

- von Zahlungsströmen 58ff.

Äquivalenzklassen 59

Äquivalenzprinzip 62

Äquivalenzrelation 55

Abgeld (s. Disagio)

Abnahmefaktor 11

Abnahmerate 11

Abschläge 11ff.

-, mehrere zugleich 11ff.

-, mehrere nacheinander 12f.

Abschreibung 142

-, arithmetisch-degressive **147**, 148f.

-, arithmetisch-progressive 151

-, degressive 146

-, digitale 149

-, geometrisch-degressive 147

-, lineare 145

-, progressive 146

-, verallgemeinerte geometrische 152

Abschreibungsplan 143

Abschreibungsprozess 144

-, vollständiger 143

Abschreibungsrate **142**, 145, 147ff.

Abschreibungssatz **144f.**, 145, 147, 149

-, anfänglicher 144

Absetzung für Abnutzung (AfA) 142

Abzinsungsfaktor 27

Abzinsungsfunktion 51

Agio 157

Agiosatz 157

Allgemeine Rentenformel 83

Amortisationsdauer 69

Anfangswert 28, 30

Annuität **111ff.**

- einer Annuitätenschuld 121, 139

Annuitätenfaktor 121

Annuitätenperiode 134

Annuitätenschuld **121ff.**, 132f.,

138f., 163ff., 168f.

Annuitätentilgung (s. Annuitäten-  
schuld)

Anschaffungswert 142

Arithmetisches Mittel **13**, 21, 38

Aufgeld (s. Agio)

Aufzinsungsfaktor 27

Aufzinsungsfunktion 51

Barwert 28, 30, 56, **59**, 85f., 91,  
100f., 105f.

BERNOULLISCHE Ungleichung 22

Bilanzwert (s. Restwert)

Buchwert (s. Restwert)

Disagio 157

Disagiosatz 157

Diskontfolge **31**, 39

Diskontfunktion 51

Diskontierungsfaktor 27

Duration 72

Durchschnittliche Wert-  
steigerung 37

Effektivzinssatz **46f.**, 52

Einzahlungsüberschüsse 64

Endwert 28, 30, 34ff., 39ff., 60,  
79ff.

Ersatzannuität 137f.

Ersatzrate 102f., 106

Ersatzzahlung 166

Folge 14

-, alternierende 14

-, arithmetische **16**, 36, 96, 120,  
145f., 146, 151

-, beschränkte 14

-, divergente 15

- , geometrische **17f.**, 40, 97, 125, 147
- , konkave 14
- , konvergente 15
- , konvexe 14
- , monoton fallende 14
- , monoton wachsende 14
  
- Geometrisches Mittel **13**, 21, 44, 160
- Gesamtwert einer Rente **81**, 89, 97, 99, 104
- Gläubiger 24
- Glied einer Folge 14
- Grenzwert 15
- Grundwert **9**, 11f.
  
- Handelszeitpunkt 26, 29, 32, 135, 143, 166
  
- Index 14
- Investition 64
- Investitionsprozess 64
- ISMA-Methode **103**, 135, 166
- Iterationsverfahren 21
  
- Jahreszinssatz **27**, 28, 44
  
- Kalenderbasis 33
- Kalkulationszinssatz **65**, 67
- Kapital 24, 26ff.
- Kapitalaufbau 94f.
- Kapitalerhaltung 94f.
- Kapitalverzehr 93ff.
- Kapitalwert 30, 59
- Kapitalwertmethode 65
- Kapitalwiedergewinnungsfaktor (s. Annuitätenfaktor)
- Kontostaffelrechnung (s. Tilgungsplan)
- Kontostand 110
- Konvexität eines Zahlungsstroms 72
- Kurs **156f.**, 158, 160ff.
  
- Marktzinssatz (s. Realzinssatz)
- MACAULAY-Duration (s. Duration)
  
- Mittlerer Zahlungstermin 70
  
- Nennwert 142, 156
- Nominalzinssatz **46f.**, 155
- $n$ -Perioden-Modell 29
- Nachschüssige Verzinsung **25**, 38
- Nettobarwert 64ff.
- Nettokapitalwert 64
- Nullfolge 15
- Nutzungsdauer 142
  
- Partialsomme 18
- einer arithmetischen Folge 19
- einer geometrischen Folge 19
- Periodenzinssatz 28f.
- Polynom 20
- Prozentfuß 9
- Prozentpunkte 11
- Prozentsatz 9f.
- Prozentwert 9
  
- Raten **75**
- , arithmetische Folge von 96f.
- , geometrische Folge von 97f.
- Ratenperiode (s. Rentenperiode)
- Ratenschuld **119**, 132f., 162f., 168
- Ratentermin 76
- Ratentilgung (s. Ratenschuld)
- Realbarwert 155
- Realendwert 155
- Realzinssatz 155
- Reihe 18
- , Summenformel geometrische 20
- Rendite 43, **159f.**
- Rente **76**
- , ewige 91
- , nachschüssige **77**, 81, 84f., 91f., 100ff., 105f.
- , vorschüssige **77**, 82, 85f., 91f., 100ff., 105f.
- , zusammengesetzte 89
- Rentenbarwertfaktor 87
- Rentenendwertfaktor 87

- Rentenperiode 76, 98ff.  
 Restforderung 126  
 Restschuld **110**, 113f., 123, 128, 137f.  
 Restwert **143**, 145, 146f., 149ff.
- Schrottwert 142  
 Schuld (s. Restschuld)  
 -, anfängliche 110  
 -, gesamtfällig mit Zinsansammlung **118**, 132, 159f., 167  
 -, gesamtfällig ohne Zinsansammlung (s. Zinsschuld)  
 Schuldner 24  
 Skalierung der Zeitachse 84  
 Sparkassenformel **93**, 95
- Terminzahl 76  
 Tilgung 110  
 -, unterperiodische 134ff.  
 -, vollständige 112  
 Tilgungsanteil **111**, 113f., 125, 128  
 Tilgungsplan 114  
 Tilgungsprozess 113  
 -, proportionaler 128  
 -, unvollständiger 113  
 -, vollständiger 113  
 Tilgungssatz **129ff.**  
 -, anfänglicher **129**, 134  
 Tilgungsstreckung 115  
 Tilgungsvorgang (s. Tilgungsprozess)  
 Translationsinvarianz 56
- Umwegsatz 63
- Vektorraum 60  
 Verfeinerung, verfeinertes Modell **31ff.**, 41, 48ff., 105, 134f., 166  
 Verzinsung  
 -, gemischte 48  
 -, stetige 51  
 -, unterperiodische 47  
 Verzinsungsfaktor 27  
 Verzinsungsfolge **31**, 34f., 37, 39ff.
- Verzinsungsmodelle 25  
 Vorschüssige Verzinsung 25
- Zahlenfolge 14  
 Zahlungsaufschub 115  
 Zahlungsfunktion 58  
 Zahlungsstrom 57  
 -, positiver **66**, 156  
 Zeitwert 30, 59, 84ff., 100, 105  
 Zeitwertfunktion 51  
 Zins, Zinsen **24**, 26  
 -, einfache **24**, 34f., 42f., 78f.  
 -, geometrische (s. Zinseszinsen)  
 -, konstante 40  
 -, lineare (s. einfache Zinsen)  
 Zinsanteil **111**, 114, 125, 128  
 Zinsansammlung 118  
 Zinseszinsen **25**, 38ff., 80ff.  
 Zinsfuß 27  
 Zinsintensität 51  
 -, durchschnittliche 52  
 Zinsintensitätsfunktion 52  
 Zinsperiode **24**, 26ff., 98ff.  
 Zinsrate 27  
 Zinssatz 27  
 -, effektiver 45ff.  
 -, exponentiell proportionaler 44f.  
 -, innerer 67  
 -, konformer **36**, 37, 48ff.  
 -, linear proportionaler **28**, 45  
 -, nomineller 46f.  
 -, stetiger (s. Zinsintensität)  
 Zinsschuld **116**, 131, 161f., 167  
 Zinstagemethode 33  
 Zinszahlungstermin 24  
 Zinszuschlagstermin 24  
 Zuschläge 11ff.  
 -, mehrere zugleich 11ff.  
 -, mehrere nacheinander 12f.  
 Zuwachsfaktor 11  
 Zuwachsrate 11  
 -, durchschnittliche 13