Duden Schülerhilfen

Dezimalbrüche

Die Dezimalschreibweise anwenden
und Aufgaben lösen

von Hans Borucki

mit Illustrationen von Detlef Surrey

3. Auflage

6. Klasse

Dudenverlag

Mannheim · Leipzig · Wien · Zürich

1. Kapitel

2. Kapitel

3. Kapitel

4. Kapitel

Inhaltsverzeichnis

5. Kapitel

6. Kapitel

7. Kapitel

Bruchdarstellung im Dezimalsystem

1. Römische Zahlzeichen

So viel wir ihnen auch sonst zu verdanken haben, in der Rechenkunst haben uns die alten Römer wahrlich nichts vorgemacht. Ihre unhandliche Zahlenschreibweise war für das praktische Rechnen gänzlich ungeeignet. Und so ist es durchaus möglich, dass ein Römer, der multiplizieren und dividieren konnte, von seinen Zeitgenossen als Mathematikgenie bewundert wurde.
Als Grundlage für die Darstellung der Zahlen verwendeten die alten Römer die folgenden sieben Zahlzeichen:

I → für → eins
V → für → fünf
X → für → zehn
L → für → fünfzig
C → für → hundert
D → für → fünfhundert
M → für → tausend

Die übrigen Zahlen wurden durch Aneinanderreihen dieser sieben Zahlzeichen gebildet.

Dabei galten die folgenden Regeln:

1. Stehen mehrere gleiche Zahlzeichen nebeneinander, so werden ihre Werte addiert:

III = 1 + 1 + 1 = 3;
XX = 10 + 10 = 20;
CCC = 100 + 100 + 100 = 300;
MMMMM = 5000.

Zusatzregel:

a) Von den Zahlzeichen I, X und C dürfen höchstens drei gleiche unmittelbar nebeneinander stehen.

b) Von den Zahlzeichen V, L und D dürfen niemals zwei oder mehrere gleiche unmittelbar nebeneinander stehen.

2. Steht **rechts** von einem Zahlzeichen ein solches mit **kleinerem** Wert, so werden die beiden Werte addiert:

VI = 5 + 1 = 6;
XVII = 10 + 5 + 1 + 1 = 17;
CCXVI = 216;
MMDCCCLXXVIII = 2878.

3. Steht **links** von einem Zahlzeichen ein solches mit **kleinerem** Wert, dann wird der kleinere Wert vom größeren subtrahiert:

XC = 100 – 10 = 90;
IV = 5 – 1 = 4;
DXC = 500 + 100 – 10 = 590;
MMIM = 2999.

Zusatzregel:
Vor einem Zahlzeichen darf jeweils nur **ein** Zahlzeichen mit kleinerem Wert stehen. Also nicht IIC, sondern XCVIII für 98; nicht XIC, sondern LXXXIX für 89; nicht XCCM, sondern DCCXC für 790.

1 Übertrage folgende Zahlen in unsere Schreibweise.

a) DCCXVIII; **b)** MCXLIII; **c)** MCMLXXXV;
d) MDCXCIII; **e)** MCDLXXXIX.

2 Schreibe die folgenden Zahlen mit römischen Zahlzeichen.

a) 1789; **b)** 1932; **c)** 2318; **d)** 989; **e)** 3422.

Die Darstellung von Brüchen und schriftliches Rechnen, wie wir es kennen, ist mit den römischen Zahlzeichen nicht möglich. Deshalb bedeutete die Einführung des heute allgemein gebräuchlichen Zehner- oder Dezimalsystems einen gewaltigen Fortschritt für die Entwicklung der Rechenkunst.

2. Das Dezimalsystem (Zehnersystem)

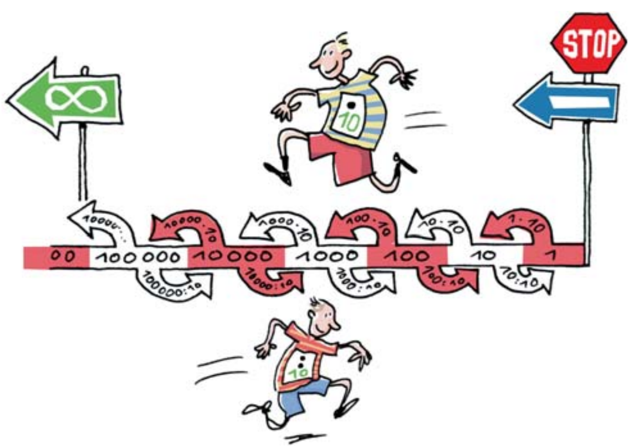
Das Dezimalsystem (**Zehner**system) ist ein Stellenwertsystem, das auf einer **Zehner**bündelung aufgebaut ist.

Zehn Einer → ergeben → **einen** Zehner.
Zehn Zehner → ergeben → **einen** Hunderter.
Zehn Hunderter → ergeben → **einen** Tausender.
usw. usw.

Im **Zehner**system benötigt man, um alle Zahlen, und seien sie noch so groß, darstellen zu können, lediglich die **zehn** Ziffern 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 und 0.
Alle Zahlen, die größer als 9 sind, werden durch geeignetes Aneinanderreihen von zwei oder mehreren dieser zehn Ziffern dargestellt. Im Gegensatz zur römischen Zahlendarstellung hat dabei jede Ziffer zwei Werte:

1. ihren eigentlichen **Ziffernwert** (eins; zwei; drei; …),
2. den von ihrer jeweiligen Stellung innerhalb der Zahldarstellung abhängigen **Stellenwert.**

Die Stellenwerte beginnen rechts mit den Einern und setzen sich nach links zu über die Zehner, Hunderter, Tausender, Zehntausender usw. unbeschränkt fort.



2 Bruchdarstellung im Dezimalsystem

Die Zahlen, mit denen die Stellenwerte angegeben werden, heißen **Stufenzahlen.**
Die Stufenzahlen des Dezimalsystems sind also 1; 10; 100; 1000; …
Den Gesamtwert einer Ziffer innerhalb einer Zahldarstellung erhält man, wenn man ihren Ziffernwert mit ihrem Stellenwert multipliziert. Damit ist aber die Darstellung einer Zahl im Dezimalsystem nichts anderes als die Kurzschreibweise für eine Summe, deren Summanden Produkte aus dem jeweiligen Ziffernwert und dem jeweiligen Stellenwert sind.

Beispiele:

- 3 5 7 4 8 =

3	5	7	4	8
$3 \cdot 10\,000$	$5 \cdot 1000$	$7 \cdot 100$	$4 \cdot 10$	$8 \cdot 1$
$30\,000$ +	5000 +	700 +	40 +	8

- 9 8 0 7 5 =

9	8	0	7	5
$9 \cdot 10\,000$	$8 \cdot 1000$	$0 \cdot 100$	$7 \cdot 10$	$5 \cdot 1$
$90\,000$ +	8000 +	0 +	70 +	5

- 2 0 3 0 0 5 =

2	0	3	0	0	5
$2 \cdot 100\,000$		$3 \cdot 1000$			$5 \cdot 1$
$200\,000$	+	3000		+	5

3 Schreibe ebenso als Summe.

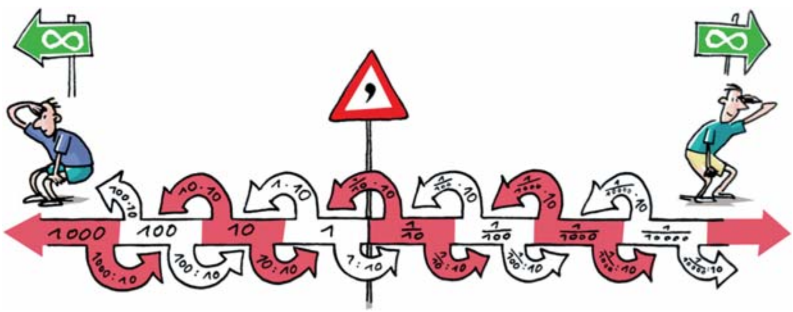
a) 245; **b)** 36 799; **c)** 30 567; **d)** 400 607; **e)** 7 060 900.

3. Dezimalbrüche

Die Stellenwerte des Dezimalsystems lassen sich nach **links** zu, also in Richtung der **größeren** Stellenwerte, unbeschränkt fortsetzen.
Was spricht eigentlich dagegen, sie auch nach **rechts** zu, also in Richtung **kleinerer** Stellenwerte, fortzusetzen? Da wir mittlerweile wissen, dass

$$1:10 = \frac{1}{10},$$
$$\frac{1}{10}:10 = \frac{1}{100},$$
$$\frac{1}{100}:10 = \frac{1}{1000},$$
$$\frac{1}{1000}:10 = \frac{1}{10\,000} \text{ usw.},$$

gibt es keinen vernünftigen Grund mehr, die Stellenwerte rechts bei den Einern enden zu lassen. Wir geben also auch nach rechts zu freie Fahrt und erhalten:



Wenn wir nun noch vereinbaren, dass die Einerstelle durch ein dahinter gesetztes Komma kenntlich gemacht wird, dann haben wir eine neue Bruchschreibweise gefunden, denn es gilt:

$$7 \quad , \quad 3 \quad =$$
$$\boxed{7 \cdot 1} \qquad \boxed{3 \cdot \tfrac{1}{10}}$$
$$7 \quad + \quad \frac{3}{10} \quad = \quad 7\frac{3}{10}.$$